

Problema 10.3

	Soluție	Pun cte
a)	<p>Pentru reprezentarea forțelor în sistemul analizat (0.5 p.): Pentru expresiile condițiilor echilibrului de translație al corpului și a celui de rotație al barei:</p> $F_{e2} = mg \Rightarrow k_2 y_{02} = mg \quad (1) \quad \textbf{(0.5 p.)}$ $F_{e1} \cdot l = F_{e2} \cdot L \Rightarrow k_1 y_{01} \cdot l = k_2 y_{02} \cdot L \quad (2) \quad \textbf{(0.5 p.)}$ <p>Pentru determinarea alungirilor resorturilor din (1) și (2):</p> $y_{02} = \frac{mg}{k_2} = \frac{0,5 \cdot 10}{200} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}; \quad \textbf{(0.5 p.)}$ $y_{01} = \frac{k_2 y_{02} \cdot L}{k_1 l} = \frac{mgL}{k_1 l} = \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 1}{400 \cdot 0,2} = 0,0625 \text{ m} = 6,25 \text{ cm} \quad \textbf{(0.5 p.)}$	2.5 p.
b)	<p>Pentru observarea că la scoaterea sistemului din starea de echilibru deplasând corpul pe o distanță mică y în jos, resorturile se alungesc în mod diferit – cu y_1 și y_2 (0.5 p.) Pentru înțelegerea că y_1 și y_2 sunt foarte mici și se poate scrie:</p> $k_1 (y_{01} + y_1) \cdot l \approx k_2 (y_{02} + y_2) \cdot L \Rightarrow k_1 y_1 \cdot l = k_2 y_2 \cdot L \quad (3) \quad \textbf{(1.0 p.)}$ <p>Pentru observarea că la alungirea primului resort cu y_1 capătul liber al barei se deplasează în jos cu o anumită distanță h (0.5 p.) Pentru determinarea distanței h din asemănarea triunghiurilor formate la deplasarea corpului în jos:</p> $\frac{L}{l} = \frac{h}{y_1} \Rightarrow h = \frac{L}{l} y_1 \quad (4) \quad \textbf{(0.5 p.)}$ <p>Pentru expresia deplasării y a corpului exprimată prin alungirile resorturilor folosind (3) și (4):</p> $y = y_2 + h = y_2 + \frac{L}{l} y_1 = y_2 + \frac{k_2 L^2}{k_1 l^2} y_2 = y_2 \left(1 + \frac{k_2 L^2}{k_1 l^2} \right) \quad (5) \quad \textbf{(1.0 p.)}$ <p>Pentru expresia alungirii resortului al doilea exprimată prin deplasarea de la starea de echilibru: 7.5 p.</p> $y_2 = \frac{y}{1 + \frac{k_2 L^2}{k_1 l^2}} = \frac{k_1 l^2}{k_1 l^2 + k_2 L^2} y \quad (6) \quad \textbf{(0.5 p.)}$ <p>Pentru expresia forței de revenire la poziția de echilibru: (1.0 p.)</p> $F_y = -(k_2 y_2 - mg) \quad \textbf{(1.0 p.)}$ <p>Pentru introducerea forței de revenire și utilizarea expresiei (6):</p> $F_{ef,y} = F_y - mg = m(a_y - g) = ma_{ef,y} = -\frac{k_1 k_2 l^2}{k_1 l^2 + k_2 L^2} y \quad (7) \quad \textbf{(1.0 p.)}$ <p>Pentru obținerea din (7) a ecuației oscilatorului liniar armonic:</p> $a_{ef,y} + \omega^2 y = 0, \quad \omega^2 = \frac{k_1 k_2 l^2}{m(k_1 l^2 + k_2 L^2)} \quad (8) \quad \textbf{(0.5 p.)}$ <p>Pentru obținerea perioadei cu ajutorul expresiei pentru frecvență (8):</p> $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{m(k_1 l^2 + k_2 L^2)}{k_1 k_2}} = \frac{2 \cdot 3,14}{0,2} \sqrt{\frac{0,5 \cdot (400 \cdot 0,04 + 200 \cdot 1)}{400 \cdot 200}} \approx 1,2 \text{ s} \quad \textbf{(1.0 p.)}$	7.5 p.
	Total max	10 p.

